

## Оценочные материалы при формировании рабочих программ дисциплин (модулей)

Направление подготовки / Прикладная информатика  
Профиль / Прикладная информатика в дизайне  
Дисциплина: Аффинная и проективная геометрия

**Формируемые компетенции:** УК-2

1. Описание показателей, критериев и шкал оценивания компетенций общие для университета

2. Перечень вопросов и задач к зачету, экзамену, РГР и Упражнений.

2.1. Вопросы к зачету и экзамену по аффинной геометрии

**Компетенция УК-2:**

- 1 Современное определение геометрии.
- 2 Понятие отображения.
- 3 Отличие отображения *на* и отображения *в*.
- 4 Прямое и обратное отображение; понятие взаимно-однозначного отображения.
- 5 Примеры взаимно-однозначного и одно-многозначного отображения.
- 6 Понятие преобразования; основные положения (аспекты, свойства) преобразований.
- 7 Понятие инварианта преобразований; инварианты аффинных преобразований; инварианты метрических преобразований.
- 8 Понятие инвариантной точки, инвариантной фигуры.
- 9 Отличие преобразований 1-го и 2-го рода.
- 10 Понятие тождественного преобразования.
- 11 Понятие инволюционного преобразования, привести пример.
- 12 Понятие произведения преобразований.
- 13 Основные группы преобразований и их инварианты.
- 14 Преобразования группы движений.
- 15 Понятие главной группы.

- 16 Перспективно-аффинное соответствие (родство) двух плоскостей.
- 17 Понятие коллинеарности и простого отношения трех точек.
- 18 Понятие общего аффинного соответствия.
- 19 Два равносильных свойства аффинных преобразований.
- 20 Аффинные преобразования плоскости (привести примеры).
- 21 Подобие как композиция преобразований (примеры).
- 22 Аффинные преобразования как произведение преобразований.
- 23 Главные направления двух аффинно-соответственных плоскостей.
- 24 Аффинные свойства плоских фигур.
- 25 Аффинные координаты.
- 26 Аналитическое представление аффинных преобразований.
- 27 Анализ аффинных преобразований плоскости.
- 28 Связь между преобразованием плоскости и преобразованием координат.
- 29 Эллипс, гипербола, парабола в аффинной системе координат.
- 30 Аффинная классификация кривых второго порядка.

## 2.2. Вопросы к зачету и экзамену по проективной геометрии

### Компетенция УК-2:

- 31 Основы проективной геометрии: система аксиом.
- 32 Основные геометрические формы: основные положения
- 33 Формы первой, второй и третьей степени.
- 34 Принцип двойственности для двумерного проективного пространства.
- 35 Принцип двойственности для трехмерного проективного пространства.
- 36 Геометрический аппарат построения проективного пространства.
- 37 Особенности, отличающие евклидово пространство от проективного пространства.
- 38 Прямая и обратная теоремы Дезарга.
- 39 Понятие гомологичных треугольников. Конфигурация Дезарга.
- 40 Виды преобразований как частные случаи гомологии.

41 Теорема Дезарга при построении центральных проекций (перспектива: классификация и способы построения).

42 Основные понятия проективной геометрии на плоскости: сложное (ангармоническое) отношение четырех точек прямой и прямых пучка.

43 Перспективные ряды и пучки.

44 Задание и построение проективного соответствия.

45 Гармонизм.

46 Гармонические свойства полного четырехугольника (четырёхсторонника).

47 Проективные ряды (и пучки), имеющие общего носителя.

48 Гиперболическое, параболическое и эллиптическое проективное соответствие двух форм первой степени с общим носителем.

49 Инволюция; центр инволюции, виды инволюционных соответствий.

50 Построение инволюционных соответствий точек.

51 Проективная теория кривых второго порядка: ряды второго порядка.

52 Пучки второго порядка.

53 Основная теорема для рядов и пучков второго порядка.

54 Следствия основной теоремы для рядов и пучков второго порядка.

55 Теорема Паскаля. Обратная теорема Паскаля.

56 Частные случаи теоремы Паскаля.

57 Теорема Брианшона (двойственная теореме Паскаля).

58 Проективное соответствие рядов второго порядка (проективность двух рядов второго порядка).

59 Проективное соответствие рядов второго порядка на одном носителе.

60 Двойные точки проективного соответствия на кривой второго порядка.

61 Перспективность рядов первого и второго порядков.

62 Обводы: общие положения, способы задания.

63 Радиусографический способ построения обвода.

64 Построение обвода с применением прямых Паскаля.

65 Построение обвода способом инженерного дискриминанта.

66 Перспектива, основные положения перспективных проекций, способ архитекторов в построении перспективы инженерных сооружений.

### 2.3. Примерные задачи к экзамену

#### Компетенция УК-2:

1 Выполнить преобразование ортогонального сжатия равностороннего треугольника. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

2 Выполнить преобразование ортогонального растяжения равностороннего треугольника. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

3 Выполнить преобразование прямой гомотетии равностороннего треугольника. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

4 Выполнить преобразование сдвига равностороннего треугольника относительно оси абсцисс. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

5 Выполнить преобразования обратной гомотетии равностороннего треугольника. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

6 Выполнить преобразование сдвига равностороннего треугольника относительно оси ординат. Обосновать численное значение и знак коэффициента данного преобразования.

7 Значение простого отношения трех точек  $A, B, C$  на прямой  $a$  равно 1,5. Определить положение на соответственной прямой  $a'$  точки  $C'$ , если длина отрезка  $A'B'=10$ .

8 Значение простого отношения трех точек  $A, B, C$  на прямой  $a$  равно 0,5. Определить положение на соответственной прямой  $a'$  точки  $C'$ , если длина отрезка  $A'B'=9$ .

9 Показать неинволюционность перспективно-аффинного соответствия на примере преобразования произвольного треугольника.

10 На прямой  $a=Ox$  положение точек  $A, B, C$  задано значениями  $OA=0, OB=5, OC=3$ . Определить положение точки  $C'$  соответственной прямой  $a'$ , если расположенный на ней отрезок  $A'B'=10$ .

11 Понятие коэффициента преобразования  $k$ . Интерпретация преобразований при  $k = -1$  и  $k = 1$ .

12 Понятие коэффициента преобразования  $k$ . Интерпретация преобразований при  $k < 0$ .

13 Понятие коэффициента преобразования  $k$ . Интерпретация преобразований при  $k > 0$ .

14 Расчет и сравнение простого отношения трех точек при трансляции и сдвиге.

15 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $A$  центром гомологии  $S$ .

16 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $B$  центром гомологии  $S$ .

17 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $C$  центром гомологии  $S$ .

18 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $A'$  центром гомологии  $S$ .

19 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $B'$  центром гомологии  $S$ .

20 Построение гомологичных треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$ , с заменой вершины  $C'$  центром гомологии  $S$ .

## 2.4. Вопросы к защите РГР, Упражнения

### 2.4.1. Примерные вопросы к защите РГР- 1 (часть 1) «Аффинные преобразования плоскости»

#### Компетенция УК-2:

- 1 Сформулируйте современное определение геометрии.
- 2 Сформулируйте понятие отображения.
- 3 Отличие отображения *на* и отображения *в*.
- 4 Прямое и обратное отображение; понятие взаимно-однозначного отображения.
- 5 Примеры взаимно-однозначного и одно-многозначного отображения.

6 Понятие преобразования; основные положения (аспекты, свойства) преобразований.

7 Понятие инвариантной точки, инвариантной фигуры.

8 Отличие преобразований 1-го и 2-го рода.

9 Понятие тождественного преобразования.

10 Понятие инволюционного преобразования, привести пример.

13 Преобразования группы движений.

14 Понятие главной группы.

15 Перечислить все движения, переводящие в себя следующие фигуры:

– ромб;

– квадрат;

– равносторонний треугольник;

– равнобедренный треугольник.

#### 2.4.2. Примерные вопросы к защите РГР-1 (часть-2)

##### «Композиции аффинных преобразований»

#### Компетенция УК-2:

1 Понятие преобразования; основные положения (аспекты, свойства) преобразований.

2 Понятие произведения преобразований.

3 Понятие умножения преобразований.

4 Понятие композиции преобразований.

5 Основные группы преобразований и их инварианты.

6 Преобразования группы движений.

7 Понятие главной группы.

8 Что означает понятие «коллинеарность»?

9 Какое преобразование позволяет перевести ромб в квадрат?

10 Возможно ли преобразование параллельных прямых в пересекающиеся прямые?

11. Возможно ли преобразование эллипса в окружность?

### 2.4.3. Примерные вопросы к защите РГР-2

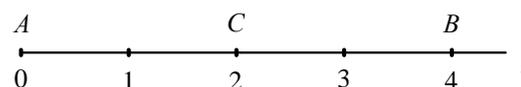
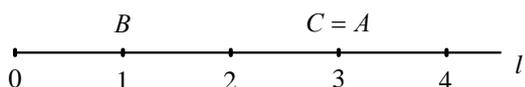
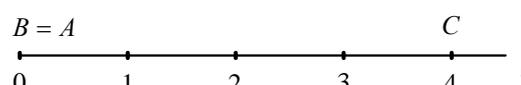
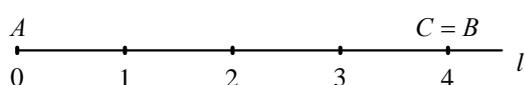
#### «Общие аффинные преобразования»

##### Компетенция УК-2:

1 Является ли перспективно-аффинное соответствие (родство) двух плоскостей однозначным?

2 Являются ли два произвольных треугольника аффинно-соответственными?

3 Указать простое отношение трех точек  $(ABC)=1$ :



4 Как могут располагаться относительно друг друга точки  $A, B, C$ , инцидентные прямой, если их простое отношение  $(ABC) = -1$ ?

5 Как задается перспективно-аффинное соответствие?

6 Какие два свойства (инварианты) аффинных преобразований являются равносильными?

7 Привести примеры аффинных преобразований плоскости.

8 Чем отличается подобие от гомотетии?

9 Привести примеры аффинных преобразований, как их произведение.

10 Что подразумевается под главными направлениями двух аффинно-соответственных плоскостей?

11 Какие плоские фигуры обладают аффинными свойствами?

12 Почему прямоугольник, ромб и квадрат рассматриваются как плоские фигуры, не имеющие аффинные понятия?

### 2.4.3. Примерные вопросы к защите РГР-3

## **«Перспектива сооружения»**

### **Компетенция УК-2:**

1. Перспектива, это наглядное изображение предмета?
2. Чем отличаются перспектива и аксонометрии?
3. Что входит в геометрический аппарат перспективы?
4. Чем отличаются предметная и плоскость и плоскость картины?
5. Геометрический смысл точки зрения и точки стояния.
6. По каким признакам классифицируются перспективные проекции?
7. Какие теоремы (положения) перспективы?
8. Как понимать термины: плоскость горизонта, линия горизонта?
9. Где располагается главная точка Картины?
10. Понятия угла зрения и его предельные значения.
11. Понятие точек схода и их использование при построении перспективы.
12. В чем сущность способа архитекторов?

### **2.4.5. Примерные вопросы к защите РГР -4**

## **«Проективные преобразования»**

### **Компетенция УК-2:**

1. Какими элементами можно задать гомологию?
2. Чем отличается гиперболическая гомология от эллиптической?
3. Чем отличается гиперболическая гомология от перспективно-аффинного преобразования?
4. Какой вид преобразования представляет инволюционная гомотетия?
5. Какое взаимное расположение имеют центр и ось гомологии, если она вырождается в трансляцию?
6. Каким видом преобразования является инволюционное родство?

7 Какие значения принимают коэффициенты  $a_1, b_1, c_1$  и  $a_2, b_2, c_2$  в системе уравнений аффинных преобразований:

- для ортогональной симметрии относительно оси  $Ox$  (относительно оси  $Oy$ );
- трансляции;
- ортогонального сжатия относительно оси  $Oy$ ;
- гомотетии относительно начала координат;
- центральной симметрии относительно начала координат;
- для тождественного преобразования?

8 К какой группе преобразований относятся уравнения:

$$\text{а) } \begin{cases} x' = x \cos \theta - \varepsilon y \sin \theta + x_0, \\ y' = x \sin \theta + \varepsilon y \cos \theta + y_0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x' = k(x \cos \theta - \varepsilon y \sin \theta) + a, \\ y' = k(x \sin \theta + \varepsilon y \cos \theta) + b. \end{cases}$$

9 К формам какой степени относятся:

- пучок прямых, связка прямых;
- пространство точек, пространство плоскостей;
- связка плоскостей, пучок плоскостей.

10 Чем отличается принцип двойственности для плоскости и трехмерного пространства?

11 Какой вид проецирования положен в геометрический аппарат построения проективного пространства?

12 Записать следующие случаи сложных отношений четырех точек, выразив их через  $\lambda$ , если  $\lambda = (ABCD)$ :

$$1) (CDAB); \quad 2) (DCAB);$$

$$3) (CADB); \quad 4) (DBAC);$$

$$5) (DACB); \quad 6) (CBAD).$$

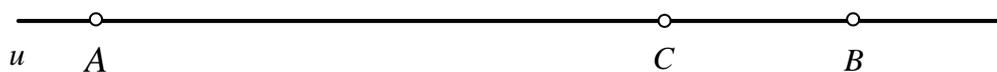
13 Сколько пар соответственных элементов необходимо задать для проективного соответствия двух форм первой степени?

14 По заданным трем прямым пучка  $S(a, b, c)$ , построить четвертую прямую  $d$  этого пучка, гармонически сопряженную с прямой  $c$ .

15 Чему равно сложное отношение четырех точек  $A, B, C, D$ , если имеет место выражение  $(ABC) = -(ABD)$ ?

16 Сколько сторон, диагональных прямых и диагональных точек имеет полный четырехугольник?

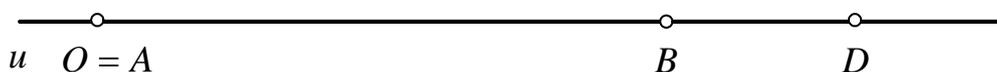
17 Используя геометрию полного четырехугольника, постройте на ряде  $u(A, B, C)$  четвертую точку  $D$ , сопряженную с точкой  $C$  в соответствии с рисунком.



18 Какой вид соответствия (эллиптический, гиперболический или параболический) устанавливается на ряде  $u(A, B, C, D)$  при решении задачи 6?

19 Используя условие задачи 6 привести аналитический вид определения точки  $D$ , при котором  $OA = -a$ ,  $OB = a$ ,  $OC = 1$ , точка  $O$  рассматривается как начало координат и середина отрезка  $AB$ .

20 Используя геометрию полного четырехугольника, постройте на ряде  $u(A, B, D)$  точку  $C$  и выполните аналитическую проверку ее построения. Известно, что начало координат совпадает с точкой  $A$ ,  $AB = b$ ,  $AD = d$ .



21 Какая геометрическая фигура является двойственной по отношению к полному четырехугольнику?

22 Какой смысл имеют двойные элементы проективного ряда и пучка прямых?

23 К какому типу инволюции относятся проективные соответствия точек ряда  $u$ , если на этом ряде:

- рассматривать разделенные пары точек:  $AA' \div BB'$ ?
- рассматривать неразделенные пары точек:  $AA' \& BB'$ ?
- имеет место выражение  $OA' = \frac{a^2}{OA}$ ?
- имеет место выражение  $OA' = \frac{-a^2}{OA}$ ?

24 Каким свойством обладают соответственные точки параболической инволюции?

25 Как располагаются соответственные точки при гиперболической инволюции относительно ее центра?

26 То же (3) при эллиптической инволюции?

27 То же (3) при параболической инволюции?

28 Доказать, что если три пары соответственных прямых двух проективных пучков с общим носителем пересекаются под одним и тем же углом, то и все пары соответственных прямых этих пучков обладают тем же свойством.

29 При каких случаях и типах инволюционного соответствия образ заданной точки может совпадать с центром инволюции, с двойной точкой, с несобственной точкой?

#### 2.4.6. Примерные вопросы к защите Упражнения – 1

##### «Конфигурация Дезарга»

#### Компетенция УК-2:

Эти вопросы формулируют сами студенты.

#### 2.4.7. Примерные вопросы к защите Упражнения – 2

##### «Обводы»

#### Компетенция УК-2:

- 1 Какой обвод называется дискретным?
- 2 На каких свойствах основан радиусографический способ построения обвода?
- 3 Раскройте смысл понятия инженерного дискриминанта при построении обвода.
- 4 Какие кривые соответствуют значению инженерного дискриминанта  $d : d < 0,5, d = 0,5, d > 0,5, d = 1$ ?
- 5 Приведите пример построения дуги гиперболы посредством прямых Паскаля.
- 6 Приведите пример построения дуги гиперболы инженерного дискриминанта.

**3. Образец билета к экзамену по дисциплине «Аффинная и проективная геометрия»**

ДВГУПС		
Кафедра «Вычислительная техника и компьютерная графика»  4 семестр 20__/20__ уч.г.  Экзаменатор профессор Графский О.А.	Экзаменационный билет № 10 по дисциплине «Аффинная и проективная геометрия» для направления 09.03.03 «Прикладная информатика /в дизайне»	«Утверждаю» Заведующий кафедрой* <hr/> доцент Пономарчук Ю.В. «__»_____20__ г.
1. Перспективно-аффинное соответствие двух плоскостей: основные положения и свойства. <b>Компетенция <u>УК-2</u></b>		
2. Гармонизм в формах первой ступени. <b>Компетенция <u>УК-2</u></b>		
3. На прямой $a=Ox$ положение точек А, В, С задано значениями $OA=0$ , $OB=5$ , $OC=3$ . Определить положение точки $C'$ соответственной прямой $a'$ , если расположенный на ней отрезок $A'B'=10$ . <b>Компетенция <u>УК-2</u></b>		

**4. Примеры тестовых материалов по дисциплине «Аффинная и проективная геометрия»**

**Компетенция УК-2:**

**Задание № 1**

Вставьте пропущенное слово

Соответствие двух плоскостей, установленное с помощью параллельного проецирования, называется перспективно-аффинным, или \_\_\_\_\_

*Правильные варианты ответа:* родством; родстве# \$#;

**Задание № 2**

Соответствие между видом преобразования и коэффициентом преобразования:

Косое сжатие  $0 < k < 1$

Косое растяжение  $k > 1$

Обратная гомотетия  $k < 0$

**Задание № 3**

Выберите правильный вариант ответа

При определении простого отношения трех точек (ABC), принадлежащих прямой линии, принято рассматривать следующие точки

- А - базисная, В - базисная, С - делящая
- А - базисная, В - делящая, С - базисная
- А - делящая, В - базисная, С - базисная
- А - базисная, В - делящая, С - делящая

**Компетенция УК-2:**

**Задание № 4**

Последовательность в порядке возрастания ступени перечисленных форм:

- 1: Пучок плоскостей
- 2: Связка плоскостей
- 3: Пространство плоскостей

